A - Reconnaître une situation de proportionnalité

Définition :

Dire que deux grandeurs sont **proportionnelles** signifie qu'en multipliant les mesures de l'une par un même nombre non nul, on obtient les mesures de l'autre.

Exemples

Situation de proportionnalité
Pour préparer une boisson, on verse 5 cl de sirop **par verre**.
Pour 6 verres, il faut donc $6 \times 5 = 30$, soit **30 cl** de sirop.
La quantité de sirop est **proportionnelle** au nombre de verres.

Situation de non-proportionnalité
Des stylos sont vendus 1,50 € à l'unité et 5 € le lot de 4.
$4 \times 1,50 = 6$ et $6 \neq 5$.
Donc le prix à payer n'est **pas proportionnel** au nombre de stylos achetés.

Application :

11,13 et 14 p 129

B - Résoudre un problème de proportionnalité

1 - Propriété de linéarité

Propriété :

Pour résoudre un problème de proportionnalité, on peut utiliser :

- l'**addition** (ou la **soustraction**) de quantités ;
- la **multiplication** (ou la **division**) d'une quantité par un nombre différent de 0.

Exemple :

Sur un marché, le prix des fraises est proportionnel à leur masse.
On sait que 3 kg de fraises coûtent 7,50 € et que 2 kg de fraises coûtent 5 €.

Par l'addition
Calcul du prix de **5 kg** de fraises :
Comme $3 + 2 = 5$, on additionne aussi les prix :
$7,50 + 5 = 12,50$
Ainsi, 5 kg de fraises coûtent **12,50 €**.

Par la multiplication
Calcul de la masse de fraises pour **20 €** :
Comme $5 \times 4 = 20$, on multiplie aussi la masse par 4 :
$2 \times 4 = 8$
Ainsi, avec 20 €, on obtient **8 kg** de fraises.

Application :

36 p 132 et 47 p 133

2 - Retour à l'unité

Propriété :

Pour résoudre un problème de proportionnalité, on peut aussi utiliser le **retour à l'unité** : on calcule d'abord la valeur qui correspond à **une seule unité**, puis on multiplie par le nombre voulu.

Exemple :

On reprend les fraises : 3 kg de fraises coûtent 7,50 €. On cherche le prix de 7 kg de fraises.

Calcul du prix de 1 kg de fraises
1 kg de fraises coûte 3 fois moins cher que 3 kg :
$7,50 \div 3 = 2,50$
Ainsi, 1 kg de fraises coûte **2,50 €**.

Calcul du prix de 7 kg de fraises
7 kg de fraises coûtent 7 fois plus cher que 1 kg :
$2,50 \times 7 = 17,50$
Ainsi, 7 kg de fraises coûtent **17,50 €**.

Application :

38 p 132

C - Représenter une situation de proportionnalité

Définition :

Dans une situation de proportionnalité, pour présenter les valeurs prises par chaque grandeur, on peut utiliser un **tableau de proportionnalité**.

Exemple :

On représente la situation des fraises étudiée précédemment avec **un tableau de proportionnalité**

$+$

Masse (en kg)	3	2	5	1
Prix (en €)	7,50	5	12,50	2,50

$-$

$\div 2,5$ $\times 2,5$

Remarque :

Dans un tableau de proportionnalité :

- on peut **additionner** ou **soustraire** des colonnes entre elles : cela fonctionne pour les deux grandeurs (c'est la propriété de linéarité) ;
- on passe de la ligne « Masse » à la ligne « Prix » en multipliant par le **coefficient de proportionnalité** $2,5$.

Application :

39, 40 p 132 et 43, 44 p 133

D - Pourcentages

1 - Sens d'un pourcentage

Définition :

Un **pourcentage** est une proportion exprimée sur un total de 100. Le pourcentage $t\,\%$ se lit « t pour cent » et représente la fraction $\dfrac{t}{100}$.

Exemple :

Dans une classe de 20 élèves, 12 sont demi-pensionnaires.
La proportion de demi-pensionnaires dans cette classe est :

$$\frac{12}{20} = \frac{12 \times 5}{20 \times 5} = \frac{60}{100} = 60\,\%.$$

Il y a donc **60 %** de demi-pensionnaires dans cette classe.

2 - Appliquer un pourcentage

Propriété :

t désigne un nombre. Prendre $t\,\%$ d'une quantité, c'est multiplier cette quantité par $\frac{t}{100}$.

Exemple :

Un jean coûte 60 €. Pendant les soldes, il bénéficie d'une réduction de 30 %.
Calculer la réduction, c'est « prendre 30 % de 60 € », c'est-à-dire calculer :

$$\frac{30}{100} \times 60 = 0,30 \times 60 = 18.$$

La réduction est de **18 €**. Le jean soldé coûte donc $60 - 18 = 42$ €.

Remarque :

- Prendre $50\,\%$ d'une quantité, c'est en prendre **la moitié**, car $50\,\% = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$.
- Prendre $25\,\%$ d'une quantité, c'est en prendre **le quart**, car $25\,\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$.
- Prendre $10\,\%$ d'une quantité, c'est en prendre **le dixième**, car $10\,\% = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$.

Application :

68 p 136 et 75, 80, 81 p 137

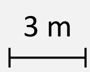
E - Échelle

Définition :

Représenter un dessin **à l'échelle** signifie que les longueurs sur le dessin sont **proportionnelles** aux longueurs réelles.

Exemple :

Voici l'échelle indiquée sur le plan d'un appartement. Le segment tracé mesure 1 cm.
Cette échelle signifie que « 1 cm sur le plan représente 3 m dans la réalité ».
Un mur de 5 cm sur le plan mesure en réalité $5 \times 3 = 15$, soit **15 m**.



Application :

64 et 65 p 135